

# उत्तर प्रदेश राजर्षि टण्डन मुक्त विश्वविद्यालय, प्रयागराज

विज्ञान (स्नातक) कार्यक्रम अधिन्यास सत्र 2019-20

कोर्स कोड : Course Code: UGMM-01	कोर्स शीर्षक:- (Course Title) <b>Calculus</b>	अधिकतम अंक : 30 Maximum Marks : 30
-------------------------------------	--	---------------------------------------

खण्ड – 'अ'

**Section 'A'**

दीर्घ उत्तरीय प्रश्न

Long Answer Questions.

**नोट** :सभी प्रश्नों के उत्तर 800 से 1000 शब्दों में लिखें।

**Note:** Attempt all Questions. Each question should be answered in 800 to 1000 Words.

अधिकतम अंक: 18

Maximum Marks: 18

1. लेगरॉन्ज प्रमेय को लिखकर सिद्ध करें।  
State and prove Lagrange's mean value theorem.
2. यदि  $y = \sin (m \sin^{-1}x)$  हो तो  $(Y_n)_0$  ज्ञात करें।  
if  $y = \sin (m \sin^{-1}x)$  then find  $(Y_n)_0$
3. ज्ञात करें %  
Find :

$$(a) \frac{d}{dx} \left( (\cos x)^{\tan x} + (\cot x)^{\sin x} \right)$$

मैकलॉरियन प्रमेय के सहयोग से  $y = \log (1 + \sin x)$  का विस्तार लिखें।

(b) Expand  $y = \log (1 + \sin x)$  by Maclaurin's theorem.

खण्ड – ब

**Section - B**

लघु उत्तरीय प्रश्न

Short Answer Questions.

**नोट** : सभी प्रश्नों के उत्तर 200 से 300 शब्दों में लिखें।

**Note:** Attempt All Questions. Answer should be given in 200 to 300 Words.

अधिकतम अंक: 12

Maximum Marks: 12

1- लागरान्ज प्रमेय को अन्तराल  $[0, \frac{1}{2}]$  में फलन  $f(x) = x(x-1)(x-2)$  सत्यापित कीजिए।

Verify Lagrange's theorem for the function  $f(x) = x(x-1)(x-2)$  in  $[0, \frac{1}{2}]$

2- ज्ञात करें :  $x \rightarrow \left(\frac{\sin x}{x}\right)^{\frac{1}{x^2}}$

Evaluate :  $x \rightarrow \left(\frac{\sin x}{x}\right)^{\frac{1}{x^2}}$

3- टेलर प्रमेय से सिद्ध कीजिए कि—

$$e^x \cos x = 1 + x - \frac{2x^3}{3!} + \frac{2^2 x^4}{4!} - \frac{2^2 x^5}{5!} + \dots$$

Using Taylor's theorem prove that

$$e^x \cos x = 1 + x - \frac{2x^3}{3!} + \frac{2^2 x^4}{4!} - \frac{2^2 x^5}{5!} + \dots$$

4- यदि  $I_n = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan^n x \, dx$  तब दर्शाइयें कि  $I_n + I_{n-2} = \frac{1}{n-1}$

If  $I_n = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan^n x \, dx$  then show that  $I_n + I_{n-2} = \frac{1}{n-1}$

# उत्तर प्रदेश राजर्षि टण्डन मुक्त विश्वविद्यालय, प्रयागराज

विज्ञान (स्नातक) कार्यक्रम अधिन्यास सत्र 2019-20

कोर्स कोड : Course Code: UGMM-02	कोर्स शीर्षक:- (Course Title) <b>Linear Algebra</b>	अधिकतम अंक : 30 Maximum Marks : 30
-------------------------------------	--	---------------------------------------

खण्ड – 'अ'

Section 'A'

दीर्घ उत्तरीय प्रश्न

Long Answer Questions.

नोट :सभी प्रश्नों के उत्तर 800 से 1000 शब्दों में लिखें।

**Note:** Attempt all Questions. Each question should be answered in 800 to 1000 Words.

अधिकतम अंक: 18

Maximum Marks: 18

1. यदि  $V$  एक सीमित विमीय सदिश समष्टि है और  $T : V \rightarrow V^1$  एक रेखीय प्रतिचित्रण है, तो सिद्ध कीजिए कि  $V$  की बीमा =  $T$  की कोटि.  $T$  की शून्यता

If  $V$  is a finite dimensional vector space and  $T : V \rightarrow V^1$  is a linear map, then prove that  $\text{Lim } V = \text{rank } T + \text{nullity } T$

2. रेखीय रूपान्तरण  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ ,  $T(x, y, z) = (2x + y, y - z, 2y + 4z)$  द्वारा परिभाषित, के सभी अभिलाक्षणिक मान तथा अभिलाक्षणिक सदिश ज्ञात कीजिए। क्या  $T$  विकर्णीय है?

Find all eigen values and eigen vectors of a linear transformation  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ , defined as  $T(x, y, z) = (2x + y, y - z, 2y + 4z)$ . Is  $T$  diagonalizable?

- 3- दो वर्गीय आव्यूह  $A$  और  $B$  के लिए सिद्ध कीजिए

(a) अवशेष  $(A+B) = \text{अवशेष } A + \text{अवशेष } B$

(b) अवशेष  $(AB) = \text{अवशेष } (BA)$

For two square matrices  $A$  and  $B$  show that

$$\text{trace}(A+B) = \text{trace } A + \text{trace } B$$

$$\text{trace}(AB) = (\text{trace } BA)$$

खण्ड – ब

**Section - B**

लघु उत्तरीय प्रश्न

Short Answer Questions.

**नोट :** सभी प्रश्नों के उत्तर 200 से 300 शब्दों में लिखें।

**Note:** Attempt All Questions. Answer should be given in 200 to 300 Words.

अधिकतम अंक: 12

Maximum Marks: 12

1- सिद्ध कीजिए कि सम्मिश्र हरमिशियन आव्यूह के सभी चारित्रिक मूल वास्तविक हैं।

Prove that the characteristics roots of a complex hermitian matrix are all real.

2- यदि  $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$ ,  $T(x, y) = (x + y, x - y, y)$  द्वारा परिभाषित प्रतिचित्रण रेखीय है, तो  $T$  की कोटि (जाति) तथा शून्यता ज्ञात कीजिए।

If a map  $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$  be defined by  $T(x, y) = (x + y, x - y, y)$  is linear, find rank and nullity of  $T$ .

3- एक फलन  $f$ ,  $\mathbb{R}^2$  पर निम्नप्रकार से परिभाषित है :

$$f(x, y) = (x_1 - y_1)^2 + x_1 y_2, \text{ जहाँ } x = (x_1, x_2) \text{ and } y = (y_1, y_2)$$

क्या  $f$  एक द्विरेखीय रूप है? जाँच कीजिए।

A function  $f$  is defined on  $\mathbb{R}^2$  as follows :

$$f(x, y) = (x_1 - y_1)^2 + x_1 y_2, \text{ where } x = (x_1 - x_2) \text{ and } y = (y_1, y_2)$$

If  $f$  a bilinear forms ? Verify.

4- यदि  $V$  क्षेत्र  $F$  पर सदिश समष्टि इस प्रकार है कि इसका कोई उचित उपसमष्टि नहीं है, तो दर्शाइए कि  $V = \{ 0 \}$  अथवा  $V$  की बीमा एक है।

Let  $V$  be a vector space over a field  $F$  such that it has no proper subspace. Then show that either

$$V = \{ 0 \} \text{ or } \dim V = 1.$$

# उत्तर प्रदेश राजर्षि टण्डन मुक्त विश्वविद्यालय, प्रयागराज

विज्ञान (स्नातक) कार्यक्रम अधिन्यास सत्र 2019-20

कोर्स कोड : Course Code: UGMM-04	कोर्स शीर्षक:- (Course Title) <b>Elementry Algebra</b>	अधिकतम अंक : 30 Maximum Marks : 30
-------------------------------------	---	---------------------------------------

खण्ड - 'अ'

Section 'A'

दीर्घ उत्तरीय प्रश्न

Long Answer Questions.

नोट :सभी प्रश्नों के उत्तर 800 से 1000 शब्दों में लिखें।

**Note:** Attempt all Questions. Each question should be answered in 800 to 1000 Words.

अधिकतम अंक: 18

Maximum Marks: 18

1. (क) यदि **a, b, c** असमान तथा धनात्मक हैं, तो दर्शाइए कि

$$\frac{bc}{b+c} + \frac{ca}{c+a} + \frac{ab}{a+b} < \frac{1}{2} (a+b+c)$$

- (a) If **a, b, c** are positive and unequal, then show that

$$\frac{bc}{b+c} + \frac{ca}{c+a} + \frac{ab}{a+b} < \frac{1}{2} (a+b+c)$$

- (ब) हल कीजिए :  $x^4 - 5x^3 + 7x^2 - 5x + 1 = 0$ .

- (b) Solve :  $x^4 - 5x^3 + 7x^2 - 5x + 1 = 0$

2. (क) सिद्ध कीजिए—

$$\begin{vmatrix} x+y+2z & x & y \\ z & y+z+2x & y \\ z & x & z+x+2y \end{vmatrix} = 2(x+y+z)^3$$

- (a) Prove that—

$$\begin{vmatrix} x+y+2z & x & y \\ z & y+z+2x & y \\ z & x & z+x+2y \end{vmatrix} = 2(x+y+z)^3$$

- (ब) यदि समीकरण  $x^3 + 3px^2 + 3qx + r = 0$  के मूल हरात्मक श्रेणी में हैं, तो सिद्ध कीजिए कि

$$2q^3 = r(3pq - r).$$

- (b) If the roots of the equation  $x^3 + 3px^2 + 3qx + r = 0$  are in harmonic progression, then prove that

$$2q^3 = r(3pq - r).$$

3.  $\lambda$  तथा  $\mu$  के किन मानों के लिए समीकरणों के समूह का

$$x + y + z = 6$$

$$x - 2y + 3z = 10$$

$$x + 2y + 2z = \mu$$

- (i) को हल नहीं है।  
(ii) एक अद्वितीय हल है।  
(iii) अभिमित हल है।

For what values of  $\lambda$  and  $\mu$  the system of equations has

$$x + y + z = 6$$

$$x - 2y + 3z = 10$$

$$x + 2y + 2z = \mu$$

- (i) No solution.  
(ii) A unique solution.  
(iii) On infinite solutions.

खण्ड – ब

### Section - B

लघु उत्तरीय प्रश्न

Short Answer Questions.

नोट : सभी प्रश्नों के उत्तर 200 से 300 शब्दों में लिखें।

**Note:** Attempt All Questions. Answer should be given in 200 to 300 Words.

अधिकतम अंक: 12

Maximum Marks: 12

1.  $\sin^6\theta$  को  $\cos \theta$  के पदों में व्यक्त कीजिए।  
Express  $\sin^6\theta$  in terms of multiple of  $\cos \theta$ .
2. यदि  $\alpha, \beta$ , समीकरण  $x^4 - 3x - 6 = 0$  के मूल हों, तो  $\alpha^4 + \beta^4$  का मान ज्ञात कीजिए।  
If  $\alpha, \beta$  are roots of the equation  $x^4 - 3x - 6 = 0$  then find the value of  $\alpha^4 + \beta^4$ .
3. हल कीजिए :  $7^{2x} + 2.7^x - 15 = 0$   
Solve :  $7^{2x} + 2.7^x - 15 = 0$
4. सिद्ध कीजिए कि –  $A \cup B = A \cap B$  यदि और केवल यदि  $A = B$   
Prove that -  $A \cup B = A \cap B$  if  $A = B$

# उत्तर प्रदेश राजर्षि टण्डन मुक्त विश्वविद्यालय, प्रयागराज

विज्ञान (स्नातक) कार्यक्रम अधिन्यास सत्र 2019-20

कोर्स कोड : Course Code: UGMM-05	कोर्स शीर्षक:- (Course Title) <b>Analytical Geometry</b>	अधिकतम अंक : 30 Maximum Marks : 30
-------------------------------------	---	---------------------------------------

खण्ड – 'अ'

**Section 'A'**

दीर्घ उत्तरीय प्रश्न

Long Answer Questions.

नोट : सभी प्रश्नों के उत्तर 800 से 1000 शब्दों में लिखें।

**Note:** Attempt all Questions. Each question should be answered in 800 to 1000 Words.

अधिकतम अंक: 18

Maximum Marks: 18

1. Find the equation of tangent at  $(r_1, \theta_1)$  to the conic

$$\frac{\ell}{r} = 1 + e \cos \theta$$

शांकव  $\frac{\ell}{r} = 1 + e \cos \theta$  dk  $(r_1, \theta_1)$  पर स्पर्शी का समीकरण लिखें।

2. Find the shortest distance between the Lines  $\vec{r} = \vec{a} + t\vec{b}$  and  $\vec{r} = \vec{c} + s\vec{d}$

रेखाओं  $\vec{r} = \vec{a} + t\vec{b}$  तथा  $\vec{r} = \vec{c} + s\vec{d}$  के बीच की न्यूनतम दूरी ज्ञात करें।

3. Find the equation of the cone whose generating curve is  $X^2 + Y^2 + Z^2 = a^2$  and  $X + Y + Z = 1$ , whose vertex is  $(O, O, O)$ .

शंकु का समीकरण लिखें जिसका जनरेटिंग वक्र  $X^2 + Y^2 + Z^2 = a^2$  तथा  $X + Y + Z = 1$  है, तथा Vertex  $(O, O, O)$  है।

खण्ड – ब

**Section - B**

लघु उत्तरीय प्रश्न

Short Answer Questions.

नोट : सभी प्रश्नों के उत्तर 200 से 300 शब्दों में लिखें।

**Note:** Attempt All Questions. Answer should be given in 200 to 300 Words.

अधिकतम अंक: 12

Maximum Marks: 12

1. शंकु  $\frac{1}{r} = a\cos\theta + b\sin\theta$  की उत्केन्द्रमा तथा लैटस रेक्टम की लम्बाई ज्ञात करें।

Find the eccentricity and length of latus rectum of the conic  $\frac{1}{r} = a\cos\theta + b\sin\theta$ .

2. उस समतल का समीकरण ज्ञात करें जो  $(1, -1, 2)$  से गुजरता है तथा समतल  $2x + 3y - 4z = 8$  तथा  $3x - 2y + 3z = 6$  पर लम्बवत् है।

Find the equation of a plane which passes through  $(1, -1, 2)$  and which is perpendicular to the planes  $2x + 3y - 4z = 8$  and  $3x - 2y + 3z = 6$

3.  $(a, 0, 0)$ ,  $(0, b, 0)$ ,  $(0, 0, c)$  तथा  $(0, 0, 0)$  से गुजरने वाले गोले का समीकरण ज्ञात करें।

Find the equation of the sphere passing  $(a, 0, 0)$ ,  $(0, b, 0)$ ,  $(0, 0, c)$  and  $(0, 0, 0)$ .

4. गोला  $2x^2 + 2y^2 + 2z^2 + 2x + 3y + 4z + 22 = 0$  के  $(-1, -2, 3)$  पर स्पर्शी का समीकरण ज्ञात करें।

Find the equation of the tangent at  $(-1, -2, 3)$  to the sphere  $2x^2 + 2y^2 + 2z^2 + 2x + 3y + 4z + 22 = 0$



# उत्तर प्रदेश राजर्षि टण्डन मुक्त विश्वविद्यालय, प्रयागराज

विज्ञान (स्नातक) कार्यक्रम अधिन्यास सत्र 2019-20

कोर्स कोड : Course Code: UGMM-06	कोर्स शीर्षक:- (Course Title) <b>Abstract Algebra</b>	अधिकतम अंक : 30 Maximum Marks : 30
-------------------------------------	--	---------------------------------------

खण्ड – 'अ'

Section 'A'

दीर्घ उत्तरीय प्रश्न

Long Answer Questions.

नोट : सभी प्रश्नों के उत्तर 800 से 1000 शब्दों में लिखें।

**Note:** Attempt all Questions. Each question should be answered in 800 to 1000 Words.

अधिकतम अंक: 18

Maximum Marks: 18

1. यदि समूह  $G$  का  $M$  एक प्रसामान्य उपसमूह हो तथा  $H, G$  का उपसमूह हो तो दिखायें कि— (1)  $H \cap G$ ,  $H$  का एक प्रसामान्य उपसमूह है। (2)  $HN, G$  का एक उपसमूह है तथा (3)  $N, HN$  का प्रसामान्य उपसमूह है।

Let  $N$  be a normal subgroups of a group  $G$  and  $H$  be a subgroup of  $G$  then show that: (i)  $H \cap N$  is normal subgroup of  $H$  (ii)  $HN$  is a subgroup of  $G$  (iii)  $N$  is normal subgroup of  $HN$ .

2. समूह समकारिता के मुख्य प्रमेय को लिखकर सिद्ध कीजिए।  
State and Prove fundamental theorem of group homomorphism.
3. सिद्ध कीजिए कि कोई भी अनन्त समूह  $(Z, +)$  के समकारिक होगा।  
Prove that any infinite groups is isomorphic to  $(Z, +)$ .

खण्ड – ब

Section - B

लघु उत्तरीय प्रश्न

Short Answer Questions.

नोट : सभी प्रश्नों के उत्तर 200 से 300 शब्दों में लिखें।

**Note:** Attempt All Questions. Answer should be given in 200 to 300 Words.

अधिकतम अंक: 12

Maximum Marks: 12

1. एक आबेली समूह का उदाहरण दीजिए जो चक्रीय नहीं हो।  
Give an example of an abelian group which is not cyclic.
2. क्या  $(S_3, \cdot)$  तथा  $(Z_6, +)$  समकारिक हैं? यदि हाँ तो कारण बतायें।  
Is  $(S_3, \cdot)$  and  $(Z_6, +)$  isomorphic? If yes, give reasons.
3. क्या प्रत्येक prime ideal, एक अधिकतम पकमंस होता है किसी वलय  $(R, +, \cdot)$   
Is every prime ideal, maximal ideal in a ring  $(R, +, \cdot)$
4.  $(Z_{12}, +)$  के सभी उपसमूहों को लिखें।  
Give all sub groups of  $(Z_{12}, +)$

# उत्तर प्रदेश राजर्षि टण्डन मुक्त विश्वविद्यालय, प्रयागराज

विज्ञान (स्नातक) कार्यक्रम अधिन्यास सत्र 2019-20

कोर्स कोड : Course Code: UGMM-07	कोर्स शीर्षक:- (Course Title) <b>Advance Calculus</b>	अधिकतम अंक : 30 Maximum Marks : 30
-------------------------------------	--	---------------------------------------

खण्ड – 'अ'

**Section 'A'**

दीर्घ उत्तरीय प्रश्न

Long Answer Questions.

**नोट :** सभी प्रश्नों के उत्तर 800 से 1000 शब्दों में लिखें।

**Note:** Attempt all Questions. Each question should be answered in 800 to 1000 Words.

अधिकतम अंक: 18

Maximum Marks: 18

1. फलन  $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  में  $f(x, y) = \sqrt{|xy|}$  द्वारा परिभाषित है तो दिखायें कि (1)  $f$ ,  $(0,0)$  पर सतत है। (2)  $(0,0)$  पर आंशिक अवकलन का अस्तित्व है। (3)  $u=(u_1, u_2)$ ,  $u_1 \neq 0, u_2 \neq 0$  पर दिक् अवकलनीय का अस्तित्व नहीं है। (4)  $(0,0)$  पर  $f$  अवकलनीय नहीं है।

Let  $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  be defined by  $f(x, y) = \sqrt{|xy|}$  then show that (i)  $f$  is continuous at  $(0,0)$  (ii) The directional exists at  $(0,0)$  (iii) The directional derivatives dose not to exists along  $u= u=(u_1, u_2)$ ,  $u_1 \neq 0, u_2 \neq 0$ . (iv)  $f$  is not differentiable at  $(0,0)$ .

2. दिखायें कि दो सतत फलन का संयोजन भी सतत होता है। लेकिन इसका उल्टा सही नहीं होता है।  
Show that composition of two continuous function is continuous but converse is not true.
3. समांगी फलन का यूलप्स प्रमेय को लिखकर सिद्ध कीजिए।  
State and prove Euler's theorem for homogenous functions.

खण्ड – ब

**Section - B**

लघु उत्तरीय प्रश्न

Short Answer Questions.

**नोट :** सभी प्रश्नों के उत्तर 200 से 300 शब्दों में लिखें।

**Note:** Attempt All Questions. Answer should be given in 200 to 300 Words.

अधिकतम अंक: 12

Maximum Marks: 12

1. दिखायें कि  $x = u + v + w$ ,  $y = uv + vw + wu$  तथा  $z = u^3 + v^3 + w^3 - 3uvw$  स्वतंत्र नहीं है।  
Show that  $x = u + v + w$ ,  $y = uv + vw + wu$  and  $z = u^3 + v^3 + w^3 - 3uvw$  are not independent.
2. एक उदाहरण देकर दिखायें कि डाइरेक्शनल अवकलन अस्तित्व में है लेकिन वह अवकलनीय नहीं है।  
Give an example for which directional derivatives exist but not differentiable.
3. दिखायें कि प्रत्येक अकलनीय फलन सतत होता है लेकिन इसका उल्टा नहीं सत्य होता है।  
Show that every differentiable functions are continuous but converse is not true.
4. विस्तार करें।  $y = \sin(e^{-x} + 1)$   
Expand  $y = \sin(e^{-x} + 1)$

# उत्तर प्रदेश राजर्षि टण्डन मुक्त विश्वविद्यालय, प्रयागराज

विज्ञान (स्नातक) कार्यक्रम अधिन्यास सत्र 2019-20

कोर्स कोड : Course Code: UGMM-08	कोर्स शीर्षक:- (Course Title) <b>Differential Equations</b>	अधिकतम अंक : 30 Maximum Marks : 30
-------------------------------------	--	---------------------------------------

खण्ड – 'अ'

Section 'A'

दीर्घ उत्तरीय प्रश्न

Long Answer Questions.

नोट :सभी प्रश्नों के उत्तर 800 से 1000 शब्दों में लिखें।

**Note:** Attempt all Questions. Each question should be answered in 800 to 1000 Words.

अधिकतम अंक: 18

Maximum Marks: 18

1. Solve the differential equation.

अवकल समीकरण को हल करें।

$$\frac{dx}{dt} = my - nz, \frac{dx}{dt} = nz - lx,$$

$$\frac{dz}{dt} = lx - my$$

2. Show that the differential equation

$$\frac{x^2}{a^2 + \lambda} + \frac{Y^2}{b^2 + \lambda} = 1, \lambda$$

is a parameter is self orthogonal.

दिखायें कि अवकल समीकरण

$$\frac{x^2}{a^2 + \lambda} + \frac{Y^2}{b^2 + \lambda} = 1, \lambda, \text{ क प्राचलिक है, स्वलाम्बिक है।}$$

3. Solve the differential equation.

अवकल समीकरण को हल करें :

$$\frac{dx}{dt} + 2x - 3y = t, \frac{dy}{dt} - 3x + 2y = e^{2t}$$

खण्ड – ब

**Section - B**

लघु उत्तरीय प्रश्न

Short Answer Questions.

नोट : सभी प्रश्नों के उत्तर 200 से 300 शब्दों में लिखें।

**Note:** Attempt All Questions. Answer should be given in 200 to 300 Words.

अधिकतम अंक: 12

Maximum Marks: 12

1. अवकलन समीकरण को हल कीजिए।  $1 + y^2 + (x - e^{-\tan^{-1}y}) \frac{dy}{dx} = 0$

Solve the differential equation:  $1 + y^2 + (x - e^{-\tan^{-1}y}) \frac{dy}{dx} = 0$

2. हल कीजिए (Solve)  $p = \log(px - y), p = \frac{dy}{dx}$

3. हल कीजिए (Solve)  $\frac{d^2y}{dx^2} - 2 \frac{dy}{dx} + y = xe^2 \sin x$

4. हल कीजिए (Solve)  $x^2 \frac{d^2y}{dx^2} - x \frac{dy}{dx} + 2y = x \log x$

# उत्तर प्रदेश राजर्षि टण्डन मुक्त विश्वविद्यालय, प्रयागराज

विज्ञान (स्नातक) कार्यक्रम अधिन्यास सत्र 2019-20

कोर्स कोड : Course Code: UGMM-09	कोर्स शीर्षक:- (Course Title) <b>Real Analysis</b>	अधिकतम अंक : 30 Maximum Marks : 30
-------------------------------------	---	---------------------------------------

**खण्ड – 'अ'**

**Section 'A'**

दीर्घ उत्तरीय प्रश्न

Long Answer Questions.

**नोट :** सभी प्रश्नों के उत्तर 800 से 1000 शब्दों में लिखें।

**Note:** Attempt all Questions. Each question should be answered in 800 to 1000 Words.

अधिकतम अंक: 18

Maximum Marks: 18

1.(a) (क) ज्ञात कीजिए।  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+x)^{\frac{1}{x}} - e}{x}$

Evaluate  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+x)^{\frac{1}{x}} - e}{x}$

(ख) यदि  $Y^{1/m} + Y^{-1/m} = 2x$ , तो सिद्ध कीजिए कि  $(x^2 - 1) Y_{n+2} + (2n + 1) XY_{n+1} + (n^2 - m^2) Y_n = 0$ , जहाँ  $Y_n$ ,  $Y$  का  $n$ वाँ अवकलन इंगित करता है।

(b) If  $Y^{1/m} + Y^{-1/m} = 2x$ , prove that  $(x^2 - 1) Y_{n+2} + (2n + 1) xy_{n+1} + (n^2 - m^2) Y_n = 0$ , where  $Y_n$  denotes the  $n$ th derivative of  $Y$ .

2. (क) अनुक्रम  $\{a_n\}$ , जहाँ  $a_n = \frac{1}{n}$ , का न्यूनतम तथा अधिकतम  $c$  ज्ञात कीजिए।

(a) Find the least upper bound and greatest lower bound of the sequence  $\{a_n\}$ , where

$$a_n = \frac{1}{n},$$

(ख) दिखाइए कि अनुक्रम  $\{a_n\}$ , जहाँ  $a_n = \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \dots + \frac{1}{2n}$ , अभिसारी है।

(b) Show that the sequence  $\{a_n\}$ , where  $a_n = \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \dots + \frac{1}{2n}$ , is convergent.

3. (क) श्रेणी  $x + \frac{1}{x} + \frac{1}{2} + \frac{1}{x} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots$  (x > 0) अभिसारी की सहायता को स्पष्ट कीजिए।

(a) Test the convergence of the series  $x + \frac{1}{x} + \frac{1}{2} + \frac{1}{x} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots$  (x > 0)

(ख) श्रेणी  $\sum (-1)^n a_n$  के लिए लिबनीज टेस्ट को लिखकार सिद्ध कीजिए।

(b) State and prove leibnitz test for the series  $\sum (-1)^n a_n$ .

खण्ड – ब

**Section - B**

लघु उत्तरीय प्रश्न

Short Answer Questions.

नोट : सभी प्रश्नों के उत्तर 200 से 300 शब्दों में लिखें।

**Note:** Attempt All Questions. Answer should be given in 200 to 300 Words.

अधिकतम अंक: 12

Maximum Marks: 12

1. दर्शाइए कि

$$\log[1+\sin x] = x - \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{6}x^3 - \frac{1}{12}x^4 + \dots$$

Show that :

$$\log[1+\sin x] = x - \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{6}x^3 - \frac{1}{12}x^4 + \dots$$

2. फलन  $f(x)$  के सतत् की विवेचना कीजिए जहाँ

$$f(x) = \begin{cases} 5x - 4 & , 0 < x < 1 \\ 4x - 3 & , 1 < x < 2 \end{cases}$$

Discuss the continuity of the function  $f(x)$ , where

$$f(x) = \begin{cases} 5x - 4 & , 0 < x < 1 \\ 4x - 3 & , 1 < x < 2 \end{cases}$$

3. कोषी मध्यमान प्रमेय की सहायता से दर्शाइए कि यदि  $X > 0$ , तो

$$\log_{10}(x+1) = \frac{x \log_{10} e}{1 + QX} \quad \theta < \frac{1}{2}$$

With the help of Cauchy's mean value theorem, show that if  $x > 0$ ,

$$\log_{10}(x+1) = \frac{x \log_{10} e}{1 + OX} \quad , \theta < \frac{1}{2}$$

4. अनुक्रम  $\{f_n\}$ , जहाँ

$$f_n(x) = \frac{nx}{1+n^2x^2} \quad \forall x \in \mathbb{R}$$

के समानता अभिसारी की जाँच कीजिए।

Test for uniform convergence, the sequence

$\{f_n\}$ , where

$$f_n(x) = \frac{nx}{1+n^2x^2} \quad \forall x \in \mathbb{R}$$

# उत्तर प्रदेश राजर्षि टण्डन मुक्त विश्वविद्यालय, प्रयागराज

विज्ञान (स्नातक) कार्यक्रम अधिन्यास सत्र 2019-20

कोर्स कोड : Course Code: UGMM-10	कोर्स शीर्षक:- (Course Title) <b>Numerical Analysis</b>	अधिकतम अंक : 30 Maximum Marks : 30
-------------------------------------	--	---------------------------------------

खण्ड – 'अ'

Section 'A'

दीर्घ उत्तरीय प्रश्न

Long Answer Questions.

नोट :सभी प्रश्नों के उत्तर 800 से 1000 शब्दों में लिखें।

**Note:** Attempt all Questions. Each question should be answered in 800 to 1000 Words.

अधिकतम अंक: 18

Maximum Marks: 18

1. लेगरॉन्ज विधि का उपयोग करके एक त्रिघातीय Polynomial को ज्ञात करें जो दिये गये आँकड़ों का करीबी मानों से हो।

Applying Lagrange's formula, find a cubic polynomial which approximates the following data

	-2	-1	2	3
	-12	-8	3	5

2. क्रमर विधि से दिये गये समीकरणों को हल करें।

Solve the following system of equations by cramer's rule :

$$2x + y + z = 10$$

$$3x + 2y + 3z = 18$$

$$x + 4y + 9z = 16$$

3. सीम्लेक्स विधि द्वारा प्रश्न को हल कीजिए।

Using simplex method solve the problem.

$$\text{Max } Z = 2x_1 + 5x_2 + 7x_3. \text{ Subject to } 3x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 100$$

$$x_1 + 4x_2 + 2x_3 \leq 100$$

$$x_1 + x_2 + 3x_3 \leq 100, x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0.$$

खण्ड – ब

**Section - B**

लघु उत्तरीय प्रश्न

Short Answer Questions.

**नोट :** सभी प्रश्नों के उत्तर 200 से 300 शब्दों में लिखें।

**Note:** Attempt All Questions. Answer should be given in 200 to 300 Words.

अधिकतम अंक: 12

Maximum Marks: 12

1. सिम्पसन्स के  $\frac{1}{3}$  नियम से समाकलन  $\int_1^{2.5} e^x dx$  का मान ज्ञात करें।

Evaluate the integral  $\int_1^{2.5} e^x dx$  by Simpson's  $\frac{1}{3}$ rd rule.

2. न्यूटन रॉफसन विधि से  $\sqrt{38}$  का मान दशमलव के चार स्थान तक ज्ञात करें।

Evaluate  $\sqrt{38}$  by Newton - Raphson method correct to four decimal places.

3. मैट्रिक्स में प्रतिलोम घात विधि को समझायें।

Explain the inverse power method in matrix.

4. लेगरॉन्ज के माध्य मान प्रमेय की व्याख्या करें।

Explain Lagrange's mean value theorem.



# उत्तर प्रदेश राजर्षि टण्डन मुक्त विश्वविद्यालय, प्रयागराज

विज्ञान (स्नातक) कार्यक्रम अधिन्यास सत्र 2019-20

कोर्स कोड : Course Code: UGMM-11	कोर्स शीर्षक:- (Course Title) <b>Probability &amp; Statistics</b>	अधिकतम अंक : 30 Maximum Marks : 30
-------------------------------------	--	---------------------------------------

## खण्ड – 'अ'

### Section 'A'

दीर्घ उत्तरीय प्रश्न

Long Answer Questions.

**नोट** :सभी प्रश्नों के उत्तर 800 से 1000 शब्दों में लिखें।

**Note**: Attempt all Questions. Each question should be answered in 800 to 1000 Words.

अधिकतम अंक: 18

Maximum Marks: 18

1. सह-सम्बन्ध के बारे में चर्चा करें। तथा कार्ल-पियरसन सहसम्बन्ध गुणोक्त तथा स्पीयरमैन सहसम्बन्ध गुणोक्त के बारे में बतायें।  
Discuss about the correlation also define karl-pearson coefficient & Spearman Correlation coefficient.
2. आघूर्ण जनक फलन के बारे में चर्चा करें। तथा प्रथम चार केन्द्रीय आघूर्ण के बारे में भी बताये।  
Discuss about the moment Generating function and also define first four central moments.
3. केन्द्रीय सीमा प्रमेय को बताये और सिद्ध करें।  
State and prove Central limit theorem.

## खण्ड – ब

### Section - B

लघु उत्तरीय प्रश्न

Short Answer Questions.

**नोट** : सभी प्रश्नों के उत्तर 200 से 300 शब्दों में लिखें।

**Note**: Attempt All Questions. Answer should be given in 200 to 300 Words.

अधिकतम अंक: 12

Maximum Marks: 12

1. संक्षिप्त में लिखें।  
Write short notes on.
  - (a) दुर्बल बृहत संख्या नियम।  
Weak law of large numbers.
  - (b) गणितीय प्रत्याशा।  
Mathematical Expectation.
2. यदि  $X \sim B(12, 1/4)$  तब माध्य तथा प्रसरण का मान निकालें।  
If  $X \sim B(12, 1/4)$  then find the value of mean & variance.
3. शेबीशेव असमिका को बताये और सिद्ध करें।  
State and prove chebyshov's inequality.
4. कुकुद्रता के बारे में चर्चा करें।  
Discuss about kurtosis.

# उत्तर प्रदेश राजर्षि टण्डन मुक्त विश्वविद्यालय, प्रयागराज

विज्ञान (स्नातक) कार्यक्रम अधिन्यास सत्र 2019-20

कोर्स कोड : Course Code: UGMM-12	कोर्स शीर्षक:- (Course Title) <b>Linear Programming</b>	अधिकतम अंक : 30 Maximum Marks : 30
-------------------------------------	--	---------------------------------------

खण्ड – 'अ'

Section 'A'

दीर्घ उत्तरीय प्रश्न

Long Answer Questions.

नोट :सभी प्रश्नों के उत्तर 800 से 1000 शब्दों में लिखें।

**Note:** Attempt all Questions. Each question should be answered in 800 to 1000 Words.

अधिकतम अंक: 18

Maximum Marks: 18

1.सीम्लेक्स विधि द्वारा प्रश्न को हल करें।

Using simplex method solve the problem.

$$\text{Max } Z = 2x_1 + 5x_2 + 7x_3$$

$$\text{Subject to } 3x_1 + 2x_2 + 4x_3 \leq 100$$

$$x_1 + 4x_2 + 2x_3 \leq 100$$

$$x_1 + x_2 + 3x_3 \leq 100, x_1 >, 0, x_2 >, 0, x_3 \geq 0.$$

2.न्यूनतम एसीन्मेन्ट प्रश्न को हल करें।

Solve the minimal assignment problem

<b>Man</b> →		<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>
<b>Job</b>	<b>I</b>	<b>12</b>	<b>30</b>	<b>21</b>	<b>15</b>
	<b>II</b>	<b>18</b>	<b>33</b>	<b>9</b>	<b>31</b>
	<b>III</b>	<b>44</b>	<b>25</b>	<b>24</b>	<b>21</b>
	<b>IV</b>	<b>23</b>	<b>30</b>	<b>28</b>	<b>14</b>

3. यूक्लिडीयन समष्टि के बारे में विस्तार से बताइये :

Explain the Euclidean Space.

खण्ड – ब  
**Section - B**  
लघु उत्तरीय प्रश्न  
Short Answer Questions.

नोट : सभी प्रश्नों के उत्तर 200 से 300 शब्दों में लिखें।

**Note:** Attempt All Questions. Answer should be given in 200 to 300 Words.

अधिकतम अंक: 12  
Maximum Marks: 12

1. ऑपरेशन रीसर्च के उपयोग को लिखें।  
Write uses of operation research.
2. साइनमेन्ट प्रश्न के लिए इंगेरीयन विधि को समझाये।  
Explain Hungnrium method for assignment problem.
3. खेल विधि के उपयोग को लिखें।  
Explain applicationof game theory.
4. नोट लिखें।  
Write short notes.  
(i) फिजीबल हल  
Feasible solution  
(ii) प्राइमल तथा डुअल हल  
Primal and Dual solution  
(iii) दो चरों में अधिकतम मान समस्या।  
Optimization problem in two variables.

# उत्तर प्रदेश राजर्षि टण्डन मुक्त विश्वविद्यालय, प्रयागराज

विज्ञान (स्नातक) कार्यक्रम अधिन्यास सत्र 2019-20

कोर्स कोड : Course Code: UGMM-13	कोर्स शीर्षक:- (Course Title) <b>Discreet Mathematics</b>	अधिकतम अंक : 30 Maximum Marks : 30
-------------------------------------	--	---------------------------------------

खण्ड – 'अ'

**Section 'A'**

दीर्घ उत्तरीय प्रश्न

Long Answer Questions.

**नोट** :सभी प्रश्नों के उत्तर 800 से 1000 शब्दों में लिखें।

**Note:** Attempt all Questions. Each question should be answered in 800 to 1000 Words.

अधिकतम अंक: 18

Maximum Marks: 18

1. रैखिक समांगी रेकरेन्स क्या है? उदाहरण के साथ लिखें।  
What is Linear Homogeneous recurrence explain with examples.
2. घुमन्तु विक्रेता की समस्या पर उदाहरण के साथ एक नोट लिखें।  
Write a Note with example on travelling salesperson problem.
3. उदाहरण के साथ परिभाषित करें।  
(क) (i) जेनेरेटिंग फलन (ii) डाईग्राफर (iii) ध्रुवीय एवं अध्रुवीय ग्राफ  
Define and example of the following terms  
(i) Generating function (ii) Diagraph (iii) Planar and non-planar graph.  
(ख) हैमिलटोनियन ग्राफ का उदाहरण के साथ परिभाषित करें।  
(b) Define Hamietonian graph and give an example.

खण्ड – ब

**Section - B**

लघु उत्तरीय प्रश्न

Short Answer Questions.

**नोट** : सभी प्रश्नों के उत्तर 200 से 300 शब्दों में लिखें।

**Note:** Attempt All Questions. Answer should be given in 200 to 300 Words.

अधिकतम अंक: 12

Maximum Marks: 12

1. पीजिन होल नियम की व्याख्या करें।  
Explain Pigeon-Hole principle.
2. सत्यता सारणी बनाये।  
Construct the truth table of  
 $(PVQ) \wedge (QVR) \wedge (PV \vee Q) \wedge (\vee PVQ) \wedge (\vee RVP)$
3. सिद्ध करें कि  $n_{c_r} + n_{c_{r-1}} = n + 1_{c_r} \text{ fl}$   
Prove that  $n_{c_r} + n_{c_{r-1}} = n + 1_{c_r} \text{ fl}$
4.  $(xy^1 + x^1y^1) (y + z^1 + w) (xy)$  का circuit चित्र बनायें।  
Draw circuit diagram of  $(xy^1 + x^1y^1) (y + Z^1 + w) (xy)$ .

# उत्तर प्रदेश राजर्षि टण्डन मुक्त विश्वविद्यालय, प्रयागराज

विज्ञान (स्नातक) कार्यक्रम अधिन्यास सत्र 2019-20

कोर्स कोड : Course Code: UGMM-14	कोर्स शीर्षक:- (Course Title) <b>Mathematics Modeling</b>	अधिकतम अंक : 30 Maximum Marks : 30
-------------------------------------	--	---------------------------------------

खण्ड – 'अ'

**Section 'A'**

दीर्घ उत्तरीय प्रश्न

Long Answer Questions.

**नोट** :सभी प्रश्नों के उत्तर 800 से 1000 शब्दों में लिखें।

**Note:** Attempt all Questions. Each question should be answered in 800 to 1000 Words.

अधिकतम अंक: 18

Maximum Marks: 18

1. वायु प्रदूषण क्या है? गाउसीयन निदर्श क्या है? उदाहरण के साथ समझायें।  
What is air-pollutions? What is Gaussian model of Dispersion? Explain with example.
2. द्विजातीय जनसंख्या निदर्श क्या है? इसे कैसे सूत्रा से जोड़ते हैं? इसका क्या हल एवं व्याख्या होता है?  
What is two species population models? How we formulate the model? What is the solution and how we interpretate it?
3. सिद्ध कीजिए कि सरल आवर्त गति में आवर्त काल आयाम पर निर्भर करता है।  
Prove that in a simple harmonic motion the periodic time is independent of amplitude.

खण्ड – ब

**Section - B**

लघु उत्तरीय प्रश्न

Short Answer Questions.

**नोट** : सभी प्रश्नों के उत्तर 200 से 300 शब्दों में लिखें।

**Note:** Attempt All Questions. Answer should be given in 200 to 300 Words.

अधिकतम अंक: 12

Maximum Marks: 12

1. न्यूटन के गुरुत्वाकर्षण के नियम को लिखें तथा उसकी परिसीमायें लिखें।  
Write Newton's law of gravitation and its limitations.
2. किसी मॉडल के इस एवं व्याख्या पर एक नोट लिखें।  
Write a short note on solving and interpreting a model.
3. एक सरल महामारी निदर्श का वर्णन करें।  
Describe a simple epidemic model.
4. एक द्विजातीय आबादी निदर्श की विवेचना करें।  
Discuss a two species population model.